Analiza spektra struje statora asinhronog motora sa namotanim rotorom

Ana Zogović, Gojko Joksimović*

Ključne riječi: asinhroni motor, model mnogostruko spregnutih kola, analiza spektra struje statora

Sažetak: U radu je opisan model asinhronog motora sa namotanim rotorom pogodan za simulaciju različitih režima kvarova i njihovu dijagnostiku analizom spektra struje statora. Induktivnosti namotaja statora i rotora su izračunavane korišćenjem koncepta funkcije namotaja. Provedena je i analiza talasa magnetske indukcije u vazdušnom procjepu ispravnog motora. Rezultati iz numeričkog modela su u skladu sa onim koji su predviđeni korišćenjem analitičkog postupka.

1. UVOD

Motori naizmjenične struje, posebno asinhroni motori, odavno su se izdvojili kao najpogodniji za primjene u industrijskim pogonima Prednost asinhronih motora u odnosu na ostale vrste električnih motora, su prvenstveno manja cijena, jednostavnost konstrukcije, manji moment inercije, robusnost, pouzdanost, sigurnost u radu i lako održavanje. Nedostaci su uglavnom vezani za uslove pokretanja i mogućnost regulisanja brzine okretanja u širokim granicama. Zahvaljujući intenzivnom razvoju i primjeni energetskih pretvarača, asinhroni motor se i po upravljačkim karakteristikama približio motorima jednosmjerne struje, pa se danas koristi i u vrlo zahtjevnim pogonima.

Mada su zbog svoje relativno jednostavne izrade, cijene i pouzdanosti kavezni asinhroni motori osnova većine modernih elektromotornih pogona, u ovom radu je pažnja posvećena asinhronom motoru sa namotanim rotorom. Ovaj tip motora se zadnjih nekoliko decenija nalazio u sjenci motora kaveznog tipa iz više razloga. Na prvom mjestu je njegova veća cijena koja je posledica složenijeg procesa proizvodnje ali i postojanje kliznih prstenova i četkica na rotoru što je neizbježno povezano sa potrebom redovnog održavanja, zamjene četkica itd. Međutim, zadnjih godina ovaj tip mašine postaje sve interesantniji iz razloga njegove sve češće primjene kao elektromehaničkog konvertora kod vjetrogeneratora.

Neočekivana pojava kvara i ispad motora iz pogona može prouzrokovati velike materijalne troškove i zastoj procesa čiji je motor sastavni dio. Primjenom adekvatnih

^{*} Ana Zogović, Gojko Joksimović, Elektrotehnički fakultet, Džordža Vašingtona b.b. 81000 Podgorica

dijagnostičkih metoda, kvarovi se mogu otkriti na vrijeme, odnosno u ranoj fazi njihovog nastanka. Dijagnostika električnih mašina je u tehničkoj praksi područje koje se vrlo intenzivno razvija. U literaturi se opisuju različite metode kojima je moguće ustanoviti čitav niz različitih kvarova električnih mašina. Mnogi spoljni pokazatelji, poput oscilacija struje, oscilacija brzine okretanja ili povećanih vibracija, mogu ukazivati na nepravilnosti u radu električnih mašina.

U ovom radu je opisan model asinhronog motora sa namotanim rotorom pogodan za modeliranje različitih režima kvarova. Na izlazu ovog numeričkog modela moguće je dobiti vremenske promjene struje statora kao i ostalih električnih i mehaničkih veličina. Zatim je struja statora ispravnog motora analizirana korišćenjem diskretne Furijeove transformacije transformišući je iz vremenskog u frekventni domen. Opisana tehnika, poznata kao analiza spektra struje statora je neinvazivna dijagnostička tehnika koja ne zahtijeva ugradnju dodatnih senzora niti zaustavljanje pogona. Ovom metodom se mogu detektovati različiti kvarovi kao što su kvarovi u namotajima [1], [2], kvarovi u kotrljajućim ležajevima [1]-[4], različite vrste ekscentriciteta rotora [5] kao i kvarovi u kavezu rotora [1].

Kako bi se na osnovu spektra struje statora mogli izvesti ispravni zaključci u smislu prepoznavanja kvara motora, potrebno je detaljno poznavati spektar struje ispravnog motora kao i uzroke postojanja komponenti struje na odgovarajućim učestanostima. U ovom radu je upravo analiziran spektar struje statora ispravnog motora korišćenjem modela mnogostruko spregnutih kola [6], [7]. Ovaj model omogućava analizu dinamičkih režima rada asinhronog motora proizvoljne konfiguracije namotaja kako na statoru tako i na rotoru, kao i sa proizvoljnim profilom vazdušnog procjepa. Numeričkim rješavanjem jednačina modela dobijeni rezultati pokazuju prisutvo određenih harmonika u ispravnoj mašini, a njihovo poznavanje je uslov za analizu različitih režima kvarova.

2. Opis modela mašine i njegovo rješavanje

Asinhroni motor sa namotanim rotorom opisuje se sledećim sistemom jednačina prikazanim u matričnom obliku,

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_s \end{bmatrix}$$
(1)

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \begin{bmatrix} \Psi_s \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{sr} \\ \begin{bmatrix} L_{rs} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \end{bmatrix}$$
(2)

gdje su $[U_s]$ i $[U_r]$ redom vektori napona na statoru i rotoru, $[R_s]$ i $[R_r]$ matrice otpornosti namotaja statora, $[I_s]$ i $[I_r]$ vektori struja a $[\psi_s]$ i $[\psi_r]$ vektori flukseva obuhvatanja namotaja statora i rotora.

Jednačina koja opisuje mehaničko kretanje rotora data je izrazom,

$$M_{m} - M_{opt} = J \frac{d\omega_{r}}{dt}, \qquad (3)$$

gdje su M_m i M_{opt} razvijeni elektromagnetski i moment opterećenja mašine, J moment inercije motora, a ω_r ugaona brzina rotora, koja je sa uglom θ koji opisuje položaj rotora u koordinatnom sistemu vezanom za stator, vezana sledećim izrazom:

$$\omega_r = \frac{d\theta}{dt} \tag{4}$$

U slučaju mehanički simetričnog asinhronog motora razvijeni elektromagnetski moment je dat sljedećom relacijom:

$$M_{m} = \left[I_{s}\right]^{T} \frac{\partial \left[L_{sr}\right]}{\partial \theta} \left[I_{r}\right]$$
(5)

Osnovni parametri ovog modela su induktivnosti namotaja motora. Polazeći od magnetomotorne sile (mms) namotaja, korišćenjem pojma funkcije namotaja, dobija se izraz za međusobnu induktivnost namotaja *A* i *B*, [1],

$$L_{BA} = \frac{\mu_0 r l}{g} \int_0^{2\pi} n_B(\theta) N_A(\theta)$$
(6)

gdje su μ_0 magnetna permeabilnost, *r* srednji poluprečnik vazdušnog procjepa, *l* efektivna dužina paketa statora, *g* efektivna dužina vazdušnog procjepa, $n_B(\theta)$ funkcija navojka namotaja *B*, a $N_A(\theta)$ funkcija namotaja *A*. Funkcija namotaja *A* se dobija iz izraza:

$$N_{A}(\theta) = n_{A}(\theta) - \langle n_{A}(\theta) \rangle$$
⁽⁷⁾

gdje je,

$$\langle n_A(\theta) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} n_A(\theta) d\theta$$
 (8)

srednja vrijednost funkcije navojka.

Izrazi (7) i (8) važe samo u slučaju uniformnog vazdušnog procjepa.

Prezentirani model se rešava korišćenjem numeričkih tehnika. Algoritam po kom se vrši rešavanje gornjeg sistema jednačina se može opisati u nekoliko koraka:

1.Određivanje poznatih konstantnih parametara mašine kao i svih onih koji nisu vremenski tj. prostorno zavisni. Takve su matrice otpornosti rotora i statora $[R_r]$ i $[R_s]$, kao i matrice induktivnosti $[L_{rr}]$ i $[L_{ss}]$, jer se radi o mašini sa ravnomjernim vazdušnim procjepom.

2. Određivanje međusobne induktivnosti faza statora i rotora $[L_{sr}(\theta)]$, kao i matrice prvih izvoda ove zavisnosti.

3. Definisanje početnih uslova $[\psi_s(0)]$, $[\psi_r(0)]$, $\theta(0)$, $\omega(0)$, a samim tim i početnih uslova za struje $[I_s(0)]$ i $[I_r(0)]$.

4. Postavljanje brojača na jedinicu i definisanje koraka integracije.

A. Zogović et al.: Analiza spektra struje statora asinhronog motora..

5. Definisanje faznih napona i učitavanje njihovih vrijednosti. Izračunavanje flukseva magnetskih obuhvatanja, struja, momenta, brzine, ugaone koordinate rotora u odnosu na referentnu tačku statora, prema odgovarajućoj iterativoj proceduri.

6. Vraćanje na korak 5, očitavanje vrijednosti za $[L_{sr}(\theta)]$ i $[L_{sr_prim}(\theta)]$ za određenu vrijednost ugla θ dobijenog na kraju prethodne iteracije, sve do isteka vremena simulacije.

Gornji model je direktno primenljiv za slučaj potpuno simetričnog motora koji se napaja simetričnim sistemom napona. U tom slučaju je implicitno obezbijeđeno da je suma struja namotaja statora i namotaja rotora jednaka nuli. Kako je model namijenjen prevashodno analizi nesimetričnih radnih stanja, potrebno je izvršiti modifikacije modela kako bi za struje na statoru i na rotoru uvijek važio prvi Kirhofov zakon i kako bi se, istovremeno, kao ulaz u model dobili linijski a ne fazni naponi, koji su najčešće u praksi i nepoznati, [6].

Nakon izvršenih transformacija jednačine modela (1) i (2) poprimaju drugi oblik:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{st} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{s \mod} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ R_{r \mod} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s} \\ I_{r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [\Psi_{s \mod}] \\ [\Psi_{r \mod}] \end{bmatrix}$$
(9)

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{s \text{ mod}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Psi_{r \text{ mod}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{ss \text{ mod}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_{sr \text{ mod}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s} \\ \begin{bmatrix} L_{rs \text{ mod}} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_{rr \text{ mod}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r} \end{bmatrix}$$
(10)

gdje su modifikovane matrice sistema date sledećim relacijama:

$$R_{s \,\text{mod}} = \begin{bmatrix} R_{A} & -R_{B} & 0\\ 0 & R_{B} & -R_{c}\\ -R_{c} & 0 & R_{c} \end{bmatrix}, R_{r \,\text{mod}} = \begin{bmatrix} R_{a} & -R_{b} & 0\\ 0 & R_{b} & -R_{c}\\ -R_{c} & 0 & R_{c} \end{bmatrix}$$
(11)

$$U_{sl} = \begin{vmatrix} U_{A} - U_{B} \\ U_{B} - U_{C} \\ U_{C} - U_{A} \end{vmatrix}$$
(12)

$$L_{ss \text{ mod}} = \begin{bmatrix} L_{AA} - L_{AB} & L_{AB} - L_{BB} & L_{AC} - L_{BC} \\ L_{BA} - L_{CA} & L_{BB} - L_{CB} & L_{BC} - L_{CC} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(13)

$$L_{rr \,\text{mod}} = \begin{vmatrix} L_{aa} - L_{ab} & L_{ab} - L_{bb} & L_{ac} - L_{bc} \\ L_{ba} - L_{ca} & L_{bb} - L_{cb} & L_{bc} - L_{cc} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
(14)

$$L_{sr \, \text{mod}} = \begin{bmatrix} L_{Aa} - L_{Ba} & L_{Ab} - L_{Bb} & L_{Ac} - L_{Bc} \\ L_{Ba} - L_{Ca} & L_{Bb} - L_{Cb} & L_{Bc} - L_{Cc} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(15)

3. ANALIZA TALASA MAGNETSKE INDUKCIJE U VAZDUŠNOM PROCJEPU

Simetrično izveden i simetrično postavljen trofazni namotaj napajan simetričnim sistemom trofaznih naizmjeničnih napona prouzrokuje simetrično obrtno magnetsko polje. Kao posledica postavljanja namotaja u žljebovima, magnetomotorna sila duž obima statora je stepeničastog oblika, tako da pored osnovnog harmonika talas mms ima i više harmonične članove,

$$F(t,\theta_s) = F_{v_{\text{max}}} \cos(\omega t - v p \theta_s)$$
(16)

gdje je p broj pari polova a F_{vmax} amplituda v-tog harmonika mms.

Obrtna magnetomotorna sila, koju proizvodi trofazni namotaj ne sadrži više harmonične komponente djeljive sa tri. Dakle simetrični trofazni namotaj napajan simetričnim trofaznim sistemom prouzrokuje pored osnovnog v=1, peti v=-5, sedmi v=7, jedanaesti v=-11... prostorni harmonik. Red harmonika daje sledeći izraz, v=6g+1, gdje je g=0, ±1, ±2,... Znak minus označava inverzni talas mms koji rotira u suprotnom smjeru od smjera rotacije osnovnog talasa. Pored petog i sedmog harmonika koji najbolje popunjavaju razliku između stvarnog i trapezoidnog oblika talasa magnetomotorne sile, po svom intenzitetu se izdajaju i viši harmonici reda $S/p\pm1$ gdje je S broj žljebova statora. Oni su poznati kao statorovi žljebni harmonici.

Talase magnetske indukcije u vazdušnom procjepu dobijamo množenjem talasa mms i talasa permeanse vazdušnog procjepa, u opštem slučaju promjenljive i u vremenu i u prostoru:

$$B(t,\theta_s) = \Lambda(t,\theta_s) \cdot F(t,\theta_s)$$
(17)

U slučaju uniformnog vazdušnog procjepa, tj. za Λ =*const*, talas magnetske indukcije u vazdušnom procjepu uzrokovan mms namotaja statora, biće istog oblika kao i talas magnetomotorne sile,

$$B(t, \theta_s) = B_{v_{\max}}(\omega t - v p \theta_s)$$
⁽¹⁸⁾

Korišćenjem transformacije koordinata, $\theta_s = \theta_r + \omega_r t$, ovi talasi u koordinatnom sistemu rotora su,

$$B(t,\theta_s) = B_{\nu \max}(s_{\nu}\omega t - \nu p\theta_r)$$
⁽¹⁹⁾

gdje je $s_v=1-v(1-s)$ klizanje v-tog harmonika. Kako se radi o namotanom rotoru, ovi talasi magnetske indukcije indukuju u namotaju rotora ems i struje na učestanostima $s_v:f_1$ a to su,

$$f_2 = sf_1 \tag{20}$$

$$f_2 = (6 - 5s)f_1 \tag{21}$$

$$f_2 = (6 - 7s)f_1 \tag{22}$$

$$f_{2} = (12 - 11s)f_{1} \tag{23}$$

itd.

Posmatrajući samo struju osnovne učestanosti u namotaju rotora, a to je struja učestanosti sf_1 , mms namotaja rotora je identičnog oblika kao i mms namotaja statora. Postojaće svi harmonici dati izrazom (16), samo sada u koordinantnom sistemu vezanom za rotor. Dakle, mms trofaznog namotaja rotora je:

74

A. Zogović et al.: Analiza spektra struje statora asinhronog motora..

$$F_r(t,\theta_r) = F_{\mu \max} \cos(s\omega t - \mu p \theta_r)$$
(24)

On dovodi do talasa magnetske indukcije u vazdušnom procjepu koji su identičnog oblika: $B_r(t, \theta_r) = B_{\mu \max}(s\omega t - \mu p \theta_r)$ (25)

Koristeći inverznu transformaciju koordinata, prethodni talasi se sa strane statora vide kao: $B_r(t, \theta_s) = B_{\mu \max} \cos((s + \mu(1 - s))\omega t - \mu p \theta_s)$ (26)

Pod uticajem ovog polja u strujama statora će se javiti spektralne komponente na učestanostima $(s+\mu(1-s))f_1$.

4. **REZULTATI I DISKUSIJA**

Na mašini čiji su podaci dati u Dodatku izvršen je numerički eksperiment. Nakon realizacije opisanog algoritma u programskom paketu Matlab, dobijene su vremenske zavisnosti brzine, elektromagnetskog momenta, struja statora i rotora, date narednim slikama.



Slika 1. Prelazni proces zalijetanja neopterećene mašine: a) ugaona brzina rotora b) elektromagnetski moment



Slika 2. Prelazni proces zalijetanja neopterećene mašine: a) Struja faze *a* rotora b) Struja faze *A* statora



b) karakteristika momenta



Slika 4. Karakteristike opterećene mašine (s=0.146): a) karateristika struje faze a rotora b) krakteristika struje faze A statora

Vremenska zavisnost struje statora i rotora u ustaljenom stanju su transformisane u frekventni domen korišćenjem diskretne Furijeove transformacije.

Rezultat brze Fourierove transformacije je skup kompleksnih brojeva. Da bi se iz takvog prikaza prešlo u prikaz pogodan za spektralnu analizu, upotrebljava se tzv. *power spectrum* algoritam [11]. Pri konverziji u frekventni domen, *power spectrum* algoritam predstavlja frekvenciju kao redni broj kompleksnog broja u skupu, a amplitudu kao zbir kvadrata realnog i imaginarnog dijela kompleksnog broja. Maksimalan frekventni opseg spektralne analize zasnovan na FFT metodi jednak je polovini frekvencije uzorkovanja. Za određeni vektor od N diskretnih tačaka, analizom se dobija N frekvencija, od kojih je najveća frekvencija na N/2. Prva polovina prestavlja pozitivne frekvencije, a druga negativne.

Svako stanje kvara predstavlja određenu nesimetriju, koja u vazdušnom procjepu mijenja oblik magnetskog polja. Svaka takva promjena u statorskom namotaju indukuje ems koje u odnosu na napon mreže imaju određen frekventni pomak. Treba biti oprezan pri analizi spektra jer sva nesimetrična stanja asinhrone mašine ostavljaju trag na spektru struje statora. Svaka vrsta kvara asinhronog motora uzrokuje u spektru struje statora porast tačno određene frekventne komponente. Te komponente karakterističnih frekvencija i amplituda se koriste za ocjenu stanja motora. Na sledećim slikama su prikazani rezultati dobijeni za ispravni asinhroni motor. Poznavanje spektra struje statora ispravnog motora omogućava nam pravovremeno detektovanje kvara upoređivanjem spektra ispravnog motora sa spektrom dobijenim u režimu kvara.

Slika 5. prikazuje spektar struje rotora faze *a* neopterećene mašine (klizanje s=0), dok je na slici 6. prikazan spektar struje rotora iste faze opterećene mašine. Na slici 5. se jasno uočava uticaj petog i sedmog harmonik magnetske indukcije, (21), (22), na frekvenciji od 300Hz, uticaj jedanaestog i trinaestog na 600Hz kao i sedamnaestog i devetnaestog na

frekvenciji od 900 Hz. Ako opteretimo mašinu, za klizanje s=0.146 harmonici će se pojaviti na odgovarajućim frekvencijama izračunatih iz relacija (20)-(23). Tako se sedmi harmonik sada nalazi na frekvenciji 248Hz, peti na frekvenciji 264Hz, jedanaesti na 520Hz, trinaesti na 506 Hz, dok se sedamnaesti i devetnaesti nalaze na frekvencijama od 776Hz i 762Hz. Svi se oni jasno uočavaju u spektru prikazanom slikom 6.



Slika 5. Spektar struje rotora neopterećene mašine, s=0



Slika 6. Spektar struje rotora opterećene mašine, s=14.6%

U strujama statora se u neopterećenom motoru javljaju komponente struje na učestanostima koje su date izrazom (26) za s=0, tj. komponente na učestanostima 50Hz, 250Hz, 350Hz, 550Hz, 650Hz, 850Hz, 950Hz, slika 7. Na slici 8. je prikazan spektar struje statora opterećene mašine za klizanje od 14.6%. Kod opterećenog motora struja rotora postaje značajna a samim tim i sve komponente magnetske indukcije koje su posledica ove struje. Pored osnovnog harmonika, najznačajniji su peti i sedmi harmonik na frekvencijama 206Hz i 306Hz, jedanaesti i trinaesti na frekvencijama 462Hz i 562Hz, a mogu se uočiti i sedamnaesti i devetnaesti harmonik na frekvencijama 718Hz i 818Hz.





A. Zogović et al.: Analiza spektra struje statora asinhronog motora..

Dodatak

Podaci o motoru:

 P_n =3kW, U=380V, 50Hz, p=2, l=0.127m, r=0.046m, g=0.68 mm. Stator: S=36, 6 navojnih grupa po fazi, 3 navojne grupe po paru polova, broj navojaka po navojnoj grupi N_s =61. Rotor: R=28 žljebova, 4 navojne grupe po fazi, 2 navojne grupe po paru polova, broj navojaka po navojnoj grupi N_r =41. Namotaj statora i rotora izvedeni su prema sledećoj šemi:

Stator: A: 1-12'-2-11'-3-10'-19-30'-20-29'-21-28'-X

Rotor: a: 1-8'-2-7'-13-20'-14-19'-x

5. ZAKLJUČAK

U radu je prezentiran model mnogostruko spregnutih kola asinhronog motora sa namotanim rotorom. Induktivnosti namotaja motora, kao osnovni parametri modela, računate su korišćenjem koncepta funkcije namotaja. Osnovna namjena modela jeste simulacija motora sa namotanim rotorom u različitim režimima kvarova i dobijanje struje statora u vremenskom domenu, kako bi se njen frekventni spektar mogao analizirati korišćenjem diskretne Furijeove transformacije. U radu je analiziran spektar struje ispravnog motora i objašnjeni su razlozi postojanja svih komponenti u spektru. Poznavanje spektra ispravnog motora je neopodan preduslov za analizu spektra neispravnog motora i dijagnostiku kvarova.

LITERATURA

[1] W.T. Thomson and M. Fenger: "Current Signature Analysis to Detect Induction Motor Faults" *IEEE Industry Applications Mag.*, Vol. 7, No. 4, July/August 2001, pp. 26-34.

[2] S. Nandi and H. A.Toliyat: "Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Electrical Machines – A Review", *IEEE Industry Applications Conference 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting*, Vol. 8., No. 1, 1999, pp. 197-204.

[3] W. T Thomson: "A Review of On-Line Condition Monitoring Techniques for Three-Phase Squirrel-Cage Motors – Past Present and Future", *IEEE SDEMPED '99*, Spain, Sept. 1999, pp. 3-18.

[4] M. Haji and H.A. Toliyat: "Pattern Recognition – A Technique for Induction Machines Rotor Broken Bar Detection", *IEEE Trans. on Energy Conference.*, Vol. 6, No. 4, December 2001, pp. 312- 317.

[5] G. Joksimovic: "Dynamic simulation of cage induction machine with air-gap eccentricity", *IEE Proc. Electr. Appl.* Vol. 152, No. 4, Jul 2005, pp. 803-811

[6] X. Luo, Y. Liao, H.A. Toliyat.; El-Antably A. and T.A. Lipo: "Multiple coupled circuit modeling of induction machines", *IEE Trans. On Industry Applications*, Vol. 31, No. 2, Mart/April 1995, pp. 311-317.

[7] J. C. Moreira and T.A. Lipo: "Modeling of saturated ac machines including air gap flux harmonic components", IEEE Trans. On Industry Applications, Vol. 28, No. 2, Sept/ Oct. 1993, pp. 343-349

[8] T. A. Lipo: "Analysis and control of synchronous machines", *Course notes for ECE 511, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Wisconsin, Madison, 1986*

[9] G. Joksimović: "Analiza kvarova kaveznog indukcionog motora", monografija, Zadužbina Andrejević, Beograd 2001.

[10] A. Miletić: "Dijagnostičke metode za ocjenu elektromehaničkog stanja asinhronog motora", *Magistarski rad, Zagreb 2002*

[11] B. D. Strorey, "Computing Fourier Series and Power Spectrum with Matlab", http://faculty.olin.edu/bstorey/Notes/Fourier.pdf