

# ANALITIČKI METOD PRORAČUNA PADA NAPONA U MONOFAZNOM SISTEMU ELEKTRIČNE VUČE

*Dragan Radević<sup>1</sup>, Ilija Vujošević<sup>2</sup>*

## **SAŽETAK:**

**Određivanje pada napona u stabilnim postrojenjima električne vuče čini osnovnu komponentu svih analiza ovih postrojenja. Poznavanje naponskih gubitaka u elementima elektrovučnih postrojenja omogućava dobijanje niza korisnih podataka poput gubitaka snage na pojedinim elementima postrojenja, stepena korisnosti, struje opterećenja, itd. U ovom radu su prikazane osnove određivanja karakterističnih električnih parametara elektrovučnog sistema uz korišćenje analitičke metode određivanja pada napona u monofaznom elektrovučnom sistemu 25 kV, 50 Hz.**

## **1. UVOD**

Energetski sistem napajanja električne vuče predstavlja složeno zatvoreno električno kolo koje sačinjavaju elektroenergetska postrojenja električne vuče (elektrovučne podstanice – EVP, postrojenja za sekcionisanje – PS, postrojenja za sekcionisanje sa neutralnom sekcijom – PSN), kontaktna mreža, elektrovučna vozila i povratni vod kontaktne mreže (šine kolosjeka). Na elektrificiranim prugama električna energija se od EVP voznim vodom prenosi do pantografa elektrovučnog vozila, a povratnim vodom vraća do transformatora u EVP. Raspored provodnika kontaktne mreže čini da ovaj sistem bude nesimetrično elektroenergetsko postrojenje. Kao povratni vod kontaktne mreže u prvom redu služe jedna ili obje šine svakog kolosjeka, ali i okolno zemljište, s obzirom da se šinska mreža ponaša kao veliki površinski uzemljivač.

Reaktivna priroda elektrovučnog strujnog kola monofaznog sistema 25 kV, 50 Hz, za razliku od jednosmjernih sistema elektrifikacije gdje su dominantni gubici snaga, odnosno termički kriterijum proračuna kontaktne mreže, stavlja u prvi plan naponske gubitke.

---

<sup>1</sup> Dragan Radević dipl.ing.el.; Željeznica Crne Gore, Podgorica

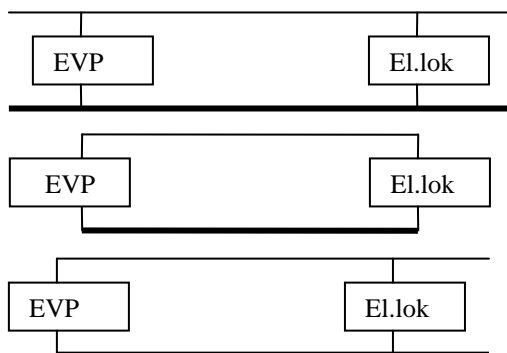
<sup>2</sup> Prof.dr. Ilija Vujošević; Elektrotehnički fakultet, Podgorica

Određivanje pada napona u stabilnim postrojenjima električne vuče čini osnovnu komponentu svih analiza ovih postrojenja.

## 2. ELEKTRIČNI PARAMETRI KONTAKTNE MREŽE U MONOFAZNOM SISTEMU ELEKTRIČNE VUČE 25 kV, 50 Hz

Elektrovučno strujno kolo sačinjavaju vozni vod, kolosjek elektrificirane pruge i okolno zemljište. Svi ovi elementi u monofaznom sistemu čine petlju sa zemljom, što znači da i zemljište čini integralni dio elektrovučnog strujnog kola [3]. Mogu se razlikovati tri slučaja (slika 1):

1. kada se šine kolosjeka neograničeno prostiru lijevo i desno od EVP i elektrovučnog potrošača.
2. kada su šine kolosjeka ograničene samo na dio između EVP i elektrovučnog potrošača.
3. kada su šine kolosjeka na jednoj strani ograničene EVP, dok su na drugoj strani neograničene dužine.



Slika 1. Moguće situacije rasporeda el.vučnog potrošača u odnosu na EVP

Diferencijalne jednačine prostiranja po konturi "povratni vod – zemlja", pri proticanju vučne struje kroz konture "vozni vod – zemlja" i "povratni vod – zemlja" su [2]:

$$\underline{Z}_s \underline{I}_s - \underline{Z}_{vs} \underline{I} = - d\underline{U}/dx \quad (1)$$

$$g\underline{U} = - d\underline{I}_s/dx \quad (2)$$

gdje je:

$\underline{I}_s$  – struja u povratnom vodu;

$\underline{U}$  – napon povratnog voda prema zemlji;

$\underline{I}$  – struja u voznom vodu;

$g$  – aktivna provodnost prelaznog sloja "šina - zemlja";

$x$  – rastojanje posmatrane tačke od početka povratnog voda.

$\underline{Z}_{vs}$  – impedansa konture "vozni vod – zemlja"

$Z_s$  – impedansa povratnog voda (šina kolosjeka)

Opšte rješenje diferencijalnih jednačina (1) i (2) je:

$$\underline{I}_s = \underline{A}e^{-kx} - \underline{B}e^{kx} + \underline{d}I \quad (3)$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_{cs}\underline{A}e^{-kx} + \underline{Z}_{cs}\underline{B}e^{kx} \quad (4)$$

gdje su:

$\underline{A}$  i  $\underline{B}$  - integralne konstante;

$\underline{Z}_{cs} = (\underline{Z}_s/g)^{0,5}$  – karakteristična impedansa povratnog voda;

$k = (\underline{Z}_s g)^{0,5}$  – koeficijent prostiranja povratnog voda;

$\underline{d} = \underline{I}_s/I = \underline{Z}_{vs}/\underline{Z}_s$  – odnos indukovane struje u povratnom vodu prema struji koja indukuje;

Dio povratnog se može zamijeniti prividnom impedansom između povratnog voda i zemlje koja je jednaka impedansi otvorenog povratnog voda [1]:

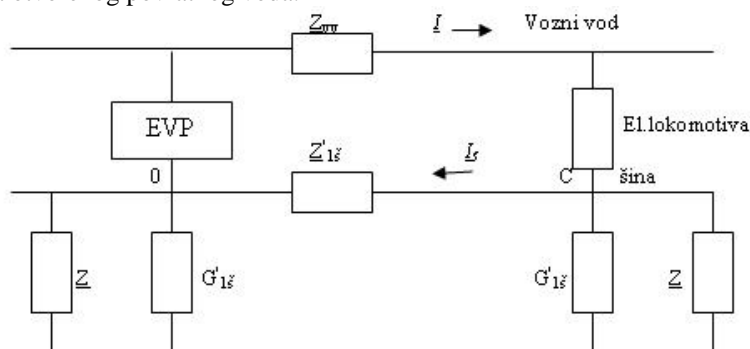
$$\underline{Z}'_{1cs} \text{cth}(k_1' L) = \underline{Z} \quad (5)$$

gdje je:

$\underline{Z}'_{1cs}$  – karakteristična impedansa povratnog voda;

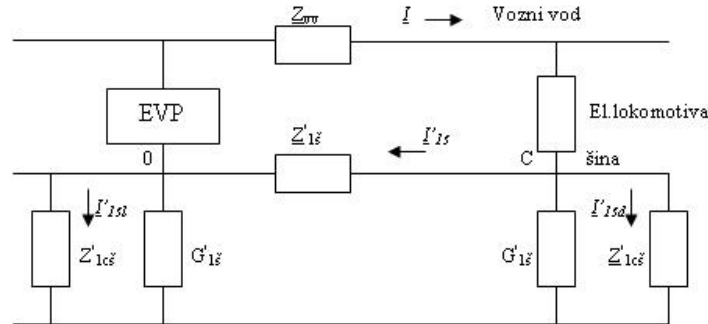
$k_1'$  – koeficijent prostiranja povratnog voda;

$L$  – dužina otvorenog povratnog voda.



Slika 2. Ekvivalentna šema kontaktne mreže čiji je povratni vod zatvoren prividnim impedansama

Proračuni izvršeni na modelu kod kojeg su djelovi povratnog voda lijevo i desno od tačke  $O$  i  $C$  zamijenjeni prividnim impedansama daju složene i za praktične proračune neprimjenljive jednačine. Zbog činjenice da kod povratnog voda, i pri dužinama manjim od 4 km, izraz  $\text{cth}(k_1' L)$  postaje jednak jedinici, može se smatrati da se dio povratnog voda u tačkama  $O$  i  $C$  završava karakterističnim impedansama povratnog voda.



Slika 3. Ekvivalentna šema kontaktne mreže čiji je povratni vod zatvoren karakterističnim impedansama

Prema ovom električnom modelu, struja u povratnom vodu i napon povratnog voda prema zemlji određeni su sistemom jednačina:

$$I'_{1s} = \underline{A}e^{-kx} - \underline{B}e^{kx} + \underline{d}I \quad (6)$$

$$\underline{U}'_{s1s} = \underline{Z}'_{1cš} \underline{A}e^{-kx} - \underline{Z}'_{1cš} \underline{B}e^{kx} + \underline{d}I \quad (7)$$

$$\underline{U}'_{1s1} = \underline{Z}'_{1cš} \cdot I'_{1s1} = \underline{Z}'_{1cš} \underline{A}'e^{-k(x-L)} \quad (8)$$

$$\underline{U}'_{1sd} = \underline{Z}'_{1cš} \cdot I'_{1sd} = \underline{Z}'_{1cš} \underline{A}''e^{-kx} \quad (9)$$

čije integralne konstante određuju granični uslovi u tačkama  $O$  i  $C$ .

$$\underline{I} - I'_{1s(0)} = I'_{s1(0)} \quad (10)$$

$$\underline{U}'_{s1(0)} = \underline{U}'_{sd(0)}$$

$$\underline{I} - I'_{1s(L)} = I'_{1sd(L)}$$

$$\underline{U}'_{1s(L)} = \underline{U}'_{1s1(L)}$$

Kada se granični uslovi ispišu pomoću jednačina (6), (7), (8) i (9), za integralne konstante dobija se:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= 0,5 (1 - \underline{d}) I \\ \underline{B} &= 0,5 (1 - \underline{d}) \underline{I} e^{-kL} \\ \underline{A}' &= 0,5 (1 - \underline{d}) I (1 - e^{-kL}) \\ \underline{A}'' &= -\underline{A}' \end{aligned} \quad (11)$$

Zamjenom integralnih konstanti  $\underline{A}$  i  $\underline{B}$  određenih izrazima (11) u izrazu za struju u povratnom vodu dobija se:

$$I'_{s} = I'_{1s} + I'_{1sd} = \underline{d}I + 0,5 (1 - \underline{d}) \underline{I} (e^{-kx} + e^{-k(x-L)}) \quad (12)$$

Uočava se da je ovaj izraz za ukupnu struju u povratnom vodu sastavljen od jedne stalne i dvije promenjive komponente:

$$\underline{d}I$$

$$\frac{0,5 (1-d) I e^{-k_1 x}}{0,5 (1-d) I e^{-k_1(x-L)}}$$

koje se sa udaljenjem od tačaka  $O$  i  $C$  prigušenim oscilacijama amortizuju.

Za proračun djelovanja povratnog voda na vodni vod mjerodavna je ukupna srednja struja koja teče između tačaka  $O$  i  $C$  po povratnom vodu, a određena je izrazom:

$$I'_{1s\ sred} = (I/L) \int I'_{1s} dL = \underline{d} I + (1-\underline{d}) I (1 - e^{-k_1 L}) / k_1 L \quad (13)$$

Za pad napona u povratnom vodu mjerodavna je samo srednja vrijednost obje eksponencijalne komponente, koja je određena izrazom:

$$I''_{1s\ sred} = (I/L) \int I''_{1s} dL = (1-\underline{d}) I (1 - e^{-k_1 L}) / k_1 L \quad (14)$$

Izraz koji određuje ukupnu srednju vrijednost struje u povratnom vodu na jednokolosječnoj pruži sa jednom povratnom šinom za slučaj jednokolosječne pruge s obje povratne šine, moguće je napisati u obliku:

$$I''_{1s} = \underline{d} I + (1-\underline{d}) I (1 - e^{-k_1 L}) / k_1 L \quad (15)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \underline{d} &= Z_{vs} / Z_{1s} \\ k_1 L &= (Z''_{1s} g''_s)^{0,5} \\ g''_s &= 2 g'_s \end{aligned}$$

Vodni vod u praksi nikada nije simetričan u odnosu na željezničke šine koje čine povratni vod kontaktne mreže. Stoga ako se podijeli izraz za napon šina u dva para jednačina, od kojih jedan odgovara struji stalne, a drugi struji promjenjive vrijednosti dobija se:

$$\begin{aligned} I Z_{vs1} + I_{s2} Z_{s12} + I_{s1} Z_{s1} &= 0 \\ I Z_{vs2} + I_{s1} Z_{s12} + I_{s2} Z_{s2} &= 0 \\ \underline{U}_{s1} &= I_{s2} Z_{s1} + I_{s1} Z_{s12} \\ \underline{U}_{s2} &= I_{s1} Z_{s1} + I_{s2} Z_{s12} \end{aligned} \quad (16)$$

Kako je:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{s1} &= \underline{U}_{s2} \\ Z_{s1} &= Z_{s2} \end{aligned}$$

iz jednačina (16) za struju u šinama dobija se:

$$I_{s1} = -0,5 I [ (Z_{vs1} + Z_{vs2}) / (Z_{s1} + Z_{s12}) + (Z_{vs1} - Z_{vs2}) / (Z_{s1} - Z_{s12}) ] \quad (17)$$

$$I_{s2} = -0,5 I [ (Z_{vs1} + Z_{vs2}) / (Z_{s1} + Z_{s12}) - (Z_{vs1} - Z_{vs2}) / (Z_{s1} - Z_{s12}) ]; \quad (18)$$

ako sa  $f_1$  označimo:

$$f_1 = (Z_{vs1} + Z_{vs2}) / (Z_{s1} + Z_{s12})$$

a sa  $f_2$ :

$$(Z_{v\bar{s}1} - Z_{v\bar{s}2}) / (Z_{\bar{s}1} - Z_{\bar{s}12})$$

tada izrazi za struju u šinama postaju:

$$I_{\bar{s}1} = -0,5 I (f_1 + f_2) \quad (19)$$

$$I_{\bar{s}2} = -0,5 I (f_1 - f_2) \quad (20)$$

Prema slici 1 struja se dovodi na šine u tački  $C$ , a u tački  $O$  se vraća u transformator snage u elektrovočnoj podstanici i tako zatvara električno kolo sistema električne vuče. Pošto u ovim tačkama, kao i u cijelom povratnom vodu, postoji struja stalne vrijednosti  $I_{\bar{s}1}$ , iz povratnog voda iščezavaju komponente  $I_{\bar{s}z}$ , čiji se intenzitet sa udaljenjem od mjesta utoke u šine smanjuju po eksponencijalnom zakonu  $e^k$  odnosno  $e^{k(L-x)}$  [3].

Poslije integraljenja za srednju vrijednost promjenjive komponente struje u obje šine dobija se:

$$I_{\bar{s}z} = I_{\bar{s}z1} + I_{\bar{s}z2} = (I - f_2) I (1 - e^{-kL}) / kL \quad (21)$$

Iz ovoga slijedi da ukupna struja u svakoj šini iznosi:

$$I_{\bar{s}1} = -0,5 I (f_1 + f_2) - 0,5 I (I - f_1) (1 - e^{-kL}) / kL \quad (22)$$

$$I_{\bar{s}2} = -0,5 I (f_1 - f_2) - 0,5 I (I - f_1) (1 - e^{-kL}) / kL \quad (23)$$

Pad napona u kontaktnoj mreži određen je izrazom:

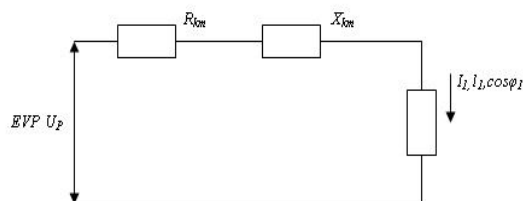
$$U = I Z_{vv} - I_{\bar{s}z} Z_{\bar{s}} + I_{\bar{s}1} Z_{v\bar{s}1} + I_{\bar{s}2} Z_{v\bar{s}2} \quad (24)$$

Zamjenom vrijednosti za struju u šinama određenu izrazima (19) i (20) izraz (24) postaje:

$$U = I Z_{vv} + (I - f_1) Z_{\bar{s}} - 0,5 [ (Z_{v\bar{s}1} + Z_{v\bar{s}2}) (1 - e^{-kL}) / kL - 0,5 f_1 (Z_{v\bar{s}1} + Z_{v\bar{s}2}) - 0,5 f_2 (Z_{v\bar{s}1} - Z_{v\bar{s}2}) ] \quad (25)$$

### 3. ODREĐIVANJE PADA NAPONA U ELEKTROVUČNOM MONOFAZNOM SISTEMU 25 KV, 50 HZ

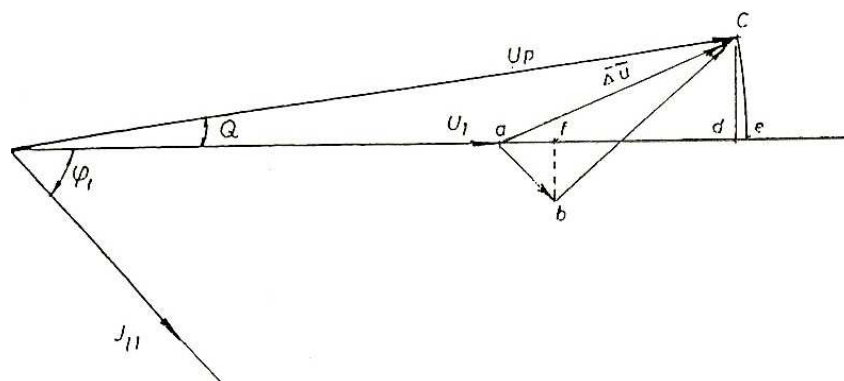
Određivanje pada napona u elektrovočnom strujnom kolu se može izvršiti na osnovu dijagrama napona i električnih sila. Za monofazni sistem električne vuče gdje se režim opterećenja (struje, faktor snage i prostorni raspored vozova) neprekidno mijenjaju ova analiza mora biti izvedena za pojedine vremenske presjeke [4]. Ekvivalentna šema za najprostiji slučaj, kada se na napojnom kraku nalazi jedna električna lokomotiva je prikazan na slici 4. Pri tome se za ovo razmatranje privremeno uzima da je  $U_{ep} = \text{const}$  i određuju se odnosi napona na izlazu iz EVP, napon na pantografu potrošača i pad napona od EVP do potrošača.



Slika 4. Ekvivalentna šema za slučaj jednog elektrovučnog potrošača na napojnom kraku

Ako je voz na udaljenosti  $l_1$  od EVP onda su omska i induktivna otpornost kruga napajanja potrošača (napojnog i povratnog voda kontaktne mreže), prikazani kao  $R_{km}$  i  $X_{km}$  u šemi, određeni sa  $R_{km} = l_1 \cdot \eta_0$ ;  $X_{km} = l_1 \cdot x_0$ , pri čemu su  $\eta_0$  i  $x_0$  omska i induktivna otpornost kontaktne mreže po jedinici dužine.

Ako elektrovučni potrošač na udaljenosti  $l_1$  uzima struju  $I_1$  uz faktor snage  $\cos \varphi_1$ , dijagram na slici 5, daje vezu između napona na pantografu  $\overline{U_1}$ , pada napona na sabirnici 25 kV u EVP  $\overline{U_p}$ ,



Slika 5. Vektorski dijagram napona za slučaj jednog elektrovučnog potrošača na napojnom kraku

pri čemu su:

Vektor  $\overline{ac}$  - pad napona, tj. geometrijska razlika napona na izlazu EVP i na pantografu vozila.

Vektor  $\overline{ab}$  - omska komponenta pada napona

Vektor  $\overline{bc}$  - induktivna komponenta pada napona

Duž  $ae$  -  $\Delta U_r$  - razlika napona

Duž  $\overline{ad}$  -  $\Delta u$  - podužna komponenta pada napona

Duž  $\overline{dc}$  -  $\delta u$  - poprečna komponenta pada napona.

Koristeći pravila koja proističu iz posmatranja sličnosti trouglova i sabiranja na slici 5 mogu se odrediti sljedeće relacije [5]:

Napon na sabirnicama EVP je određen

$$U_p = \sqrt{(\overline{oa} + \overline{ad})^2 + \overline{dc}^2} = \sqrt{(U_1 + \Delta u)^2 + \delta u^2} \quad (26)$$

Ili vektorska jednačina u kompleksnom obliku

$$\overline{U}_p = (U_1 + \Delta u) + j \cdot \delta u \quad (27)$$

Podužna komponenta pada napona  $\Delta u$  je

$$\Delta u = \overline{ad} = \overline{af} + \overline{fd} = \overline{af} + \overline{bg} = I_1 l_1 \cdot R_{km} \cos \varphi_1 + I_1 l_1 X_{km} \sin \varphi_1 \quad (28)$$

Poprečna komponenta pada napona  $\delta u$  je

$$\delta u = \overline{cd} = \overline{cg} - \overline{dg} = I_1 l_1 X_{km} \cos \varphi_1 - I_1 l_1 R_{km} \sin \varphi_1 \quad (29)$$

Ako su poznate aktivna i reaktivna snaga koju elektrovučni potrošač uzima iz mreže, podužna i poprečna komponenta pada napona se može izraziti i preko njih [4].

Pošto je  $P_1 = U_1 I_1 l_1 \cos \varphi_1$ ,  $Q_1 = U_1 I_1 l_1 \sin \varphi_1$ , to se zamjenom u izraze za  $\Delta u$  i  $\delta u$  dobija

$$\Delta u = \frac{1}{U_1} (P_1 R_{km} + Q_1 X_{km}) \text{ i } \delta u = \frac{1}{U_1} (P_1 X_{km} - Q_1 R_{km}) \quad (30)$$

Razliku napona na slici 2.2, predstavljenu sa duži  $\overline{ae}$ , možemo takođe izraziti preko podužne i poprečne komponente pada napona ako iz bilo kog razloga ne možemo da posmatramo uprošćeno i da ih izjednačimo.

$$\Delta U_r = |\overline{U}_p| - |\overline{U}_1| = \overline{ae} \quad (31)$$

$$\overline{ae} = \overline{oe} - \overline{oa} = \overline{ad} + \overline{de} \quad (32)$$

Zamjenama se može odrediti  $\overline{de}$  koji nije poznat

$$\overline{de} = \frac{\delta u^2}{2U_p} \quad (33)$$



pa je tako razlika napona brojno jednaka zbiru podužne komponente pada napona i ovog člana  $\frac{\delta u^2}{2U_p}$ , ovaj je član relativno mali jer je  $U_p \gg \delta u$

$$\Delta U_r = \Delta u + \frac{\delta u^2}{2U_r} \quad (34)$$

Ako na napojnom kraku imamo više od jednog opterećenja, postupak je sličan, dijagram električnih sila se konstruiše polazeći od napona na pantografu najudaljenije, n – te lokomotive koristeći podatke o njenom opterećenju ( $I_n, \cos\varphi_n$ ) i dalje dodajući geometrijske zbirove padova napona lokomotiva redom dok se ne dođe do napona na izlazu EVP. Pri tome se vodi računa da sledeći pad napona zavisi od impedanse meže i vektorskog zbira struje poslednje lokomotive i pretposlednje, i tako redom.

#### 4. ZAKLJUČAK

Svaka analiza procesa u elektrovnim postrojenjima otežana je promjenjivošću opterećenja ne samo u vremenu, nego i po mjestu uzimanja snage. Opterećenje elektrovnih postrojenja zavisi od čitavog niza činilaca koji se permanentno mijenjaju u prostoru i vremenu. Ova opterećenja zavise od tipa vučnih vozila, brzine kretanja vozila trasom, karakteristika trase, težine i sastava kompozicije, tipa signalnih uređaja na trasi, i među njima postoje složene korelacione veze. Zbog necjelishodnosti angažovanja specijalnih fizičkih modela – simulatora elektrovnih postrojenja i vozila, za rješavanje praktičnih problema se najčešće primjenjuju uprošćene grafičke ili analitičke metode određivanja pada napona. U ovom radu je izložena osnovna analitička metoda koja omogućava određivanje padova napona (i drugih veličina) u elektrovnim postrojenjima monofaznog sistema 25 kV, 50 Hz.

#### LITERATURA

- [1]. Zimmert G., Povratni provodnici kontaktne mreže, Eisenbahningenieur 45(1994)2
- [2]. Behrends D., Proračun impedansi kontaktne mreže, EB 4/94
- [3] S. Jaćimović: Povratni vod i uzemljenje na prugama elektrificiranim jednofaznim sistemom 25 kV, 50 Hz; Zavod za NIP – Beograd, 1978
- [4] Z. Tirnanić: Elektrovnna postrojenja, Zavod za NIP – Beograd, 1980
- [5] S. Božinović: Odredjivanje pada napona u elektrovnim postrojenjima monofaznog sistema 25 kV, 50 Hz, Energoinvest – IRCE, Sarajevo 1968