

PRIMJENA GENETIČKIH ALGORITAMA U ESTIMACIJI PARAMETARA POLINOMIJALNO-FAZNIH SIGNALA

Igor Đurović*, Marko Simeunović**

Ključne riječi: estimacija parametara polinomialno-faznih signala, primjena genetičkih algoritama, ambiguity funkcija, kubična fazna funkcija.

Sažetak: U radu se razmatra problem estimacije parametara polinomijalno-faznih signala (PPS) pomoću genetičkog algoritma (GA). Estimator maksimalne vjerodostojnosti (ML) predstavlja najtačniju estimacionu proceduru, ali potreba za višedimenzionom pretragom ograničava njegovu primjenu na PPS do trećeg reda. Primjena GA u ovoj estimacionoj proceduri povećava maksimalan red signala (5 red) do koga se ML može koristiti. Kako postoje aplikacije koje zahtijevaju tačnu estimaciju parametara PPS-a do 10-tog reda, posmatrane su i alternative ML-u, Wigner-ova distribucija višega reda (HO-WD) i kubična fazna funkcija višega reda (HO-CPF). Ove funkcije su u stanju da sa direktnom pretragom izvrše estimaciju parametara PPS-a do 6-tog reda u realnom vremenu, dok sa GA implementiranim na strani pretrage njihovi limiti se pomjeraju na PPS 10-tog reda. U radu su takode predložene verzije HO-WD-a i HO-CPF-a za estimaciju parametara 2D PPS-a.

1. UVOD

Zbog velike primjene prilikom modelovanja procesa u radarima, sonarima, biomedicini i komunikacijama, estimacija parametara frekvencijsko-modulisanih (FM) signala je predmet proučavanja u nauci u poslednjih nekoliko decenija [1]-[4]. Tokom tog perioda nastalo je više matematičkih formulacija ovog modela signala od kojih se posebno izdvaja polinomijalno-fazni model (PPS - *engl. polynomial-phase signal*) 0. Kako je kod PPS-a faza predstavljena preko polinoma određenog reda problem estimacije parametara ovih signala se svodi na određivanje njihove amplitude i koeficijenata polinoma.

Postoji mnogo tehnika za procijenu parametara PPS-a. Generalno je pravilo da preciznije tehnike zahtijevaju mnogo više računskih operacija u odnosu na manje precizne. Stoga, estimacija parametara PPS-a prestavlja kompromis između tačnosti i računске složenosti.

* Prof. dr Igor Đurović, Elektrotehnički fakultet Podgorica, Džordža Vašingtona b.b. 81000 Podgorica.

** Mr Marko Simeunović, Elektrotehnički fakultet Podgorica, Džordža Vašingtona b.b. 81000 Podgorica.

Sa stanovišta tačnosti, najbolje rezultate daju estimatori maksimalne vjerodostojnosti (ML - *engl. maximum-likelihood*), ali potreba za pretragom po višedimenzionom prostoru, gdje je red dimenzije jednak stepenu polinoma faze, ograničava njihovu praktičnu primjenu na PPS do trećeg reda. Kako bi se estimirali parametri PPS-a većeg reda, predložene su tehnike bazirane na diferenciranju faze: ambiguity funkcija višega reda (HAF), produktna ambiguity funkcija višega reda (PHAF), generalizovana integraciona ambiguity funkcija (IGAF) i kubična fazna funkcija (CPF) [5]-[13]. Upotrebom autokorelacione funkcije ove tehnike smanjuju red polinoma, omogućavajući sukcesivnu estimaciju parametara PPS-a sprovođenjem 1-D (HAF, PHAF i CPF) ili 2-D (IGAF) pretrage. Međutim, pored pozitivnih, autokorelaciona funkcija prouzrokovala je i neke negativne efekte koji utiču na smanjenje tačnosti estimacionih procedura koje ih koriste. Naime, u slučaju multikomponentnih signala i signala zahvaćenih šumom, diferenciranje faze utiče na pojavu kros-članova čiji je broj veći sa porastom reda PPS-a. Pored toga, upotreba tehnike dechirpovanja, kojom se iz signala otklanja uticaj estimiranih koeficijenata, dovela je do propagacije greške od viših ka nižim koeficijentima polinoma faze. S ciljem smanjenja broja potrebnih autokorelacija, definisane su Wigner-ova distribucija višega reda (HO-WD) i kubična fazna funkcija višega reda (HO-CPF) [14], [15]. U odnosu na ML estimator, upotrebom jedne autokorelacije, HO-WD i HO-CPF su smanjile dimenzije pretrage sa P na $P/2$ (P je red polinoma faze), uz nezatno smanjenje tačnosti estimiranih koeficijenata. Kako se svi koeficijenti u estimacionom postupku određuju istovremeno, propagacija greške od viših, ka nižim koeficijentima nije prisutna.

Praktična primjena HO-WD i HO-CPF je moguća na PPS do šestog reda, što u nekim situacijama nije dovoljno. Na primjer, skorašnja istraživanja su pokazala da kod sonara klasifikacija podvodnih sisara zahtijeva modelovanje signala PPS modelom sa fazom sedmog i većeg reda [16]. Da bi se pomenute tehnike mogle primjeniti za ovu svrhu, neki optimizacioni algoritmi moraju biti iskorišćeni. Zbog višedimenzionalnosti i multimodalnosti optimizacionih funkcija, upotreba gradijentnih tehnika, kao što je LMS, nije preporučljiva, jer postoji velika vjerovatnoća da će ove tehnike konvergirati ka nekom od velikog broja lokalnih maksimuma. Da bi omogućili konvergenciju pretrage ka globalnom maksimumu optimizacione funkcije, neophodno je koristiti algoritme sa stohastičkim elementima. Genetički algoritmi (GA) su dobro poznato sredstvo za optimizaciju pretrage po višedimenzionom prostoru, međutim njihova upotreba u digitalnoj obradi signala je veoma rijetka [17]. Stoga je cilj ovoga rada da ispita mogućnosti primjene genetičkih algoritama u estimaciji PPS-a.

Rad je organizovan na sljedeći način. U Sekciji 2 dat je kratak opis genetičkog algoritma. Sekcija 3 poznaje čitaoca sa osnovnim tehnikama za estimaciju 1D PPS-a, dok je u Sekciji 4 predložen metod za estimaciju parametara 2D PPS-a. U Sekciji 5, GA je primjenjen u optimizaciji pretrage kod ML, HO-WD, HO-CPF i 2D CPF estimatora. Rezultati ovih estimatora su upoređeni sa HAF-om i PHAF-om. Zaključak je dat u Sekciji 6.

2. GENETICKI ALGORITMI

Genetički algoritmi su stohastička metoda pretraživanja bazirana na oponašanju biološkog procesa evolucije [17]-[20]. Oni probleme predstavljaju u vidu hromozoma i do

rješenja dolaze kroz iterativni postupak, primjenom operatora mutacije i ukrštanja. Jedna iteracija genetičkog algoritma naziva se generacijom. Broj generacija je direktno uslovljen konvergencijom GA. Ukoliko GA brže konvergira, njihov broj je manji i obrnuto. Čest je slučaj i da GA ima fiksni broj generacija.

Kodiranje problema je prvi i ujedno i najvažniji korak u implementaciji GA.

Pravilnim izborom tipa kodiranja znatno se može ograničiti skup mogućih vrijednosti rješenja i samim tim skratiti vrijeme izvršavanja. Radi povećavanja performansi algoritma reprezentacija u vidu hromozoma je poželjna. Jedan hromozom predstavlja rješenje konkretnog problema i njega čini niz varijabli koje se nazivaju geni. U zavisnosti od načina reprezentacije gena, razlikujemo nekoliko šema kodiranja [17]: binarno kodiranje, kodiranje zasnovano na reprezentaciji gena preko realnih brojeva, order-based reprezentacija, embeded list reprezentacija, itd. Zbog svoje jednostavnosti i lakog načina realizacije, kodiranje hromozoma preko niza bita je danas najpopularniji vid kodiranja. Međutim, postoje aplikacije gdje se ovaj tip kodiranja ne može iskoristiti. To je npr. pri kodiranju boja. Ako bi smo boju kodirali preko niza bita, promjena vrijednosti jednog bita bi znatno uticala na vrijednost boje. Stoga, u ovakvim i sličnim aplikacijama se koristi kodiranje hromozoma preko niza realnih brojeva.

Funkcionisanje GA se može opisati kroz nekoliko koraka:

1. inicijalizacija,
2. izračunavanje ocjenivačke funkcije,
3. selekcija,
4. primjena GA operatora,
5. ponavljanje koraka 2., 3. i 4. sve dok se ne ispuni kriterijum konvergencije ili se ne dostigne maksimalan broj generacija.

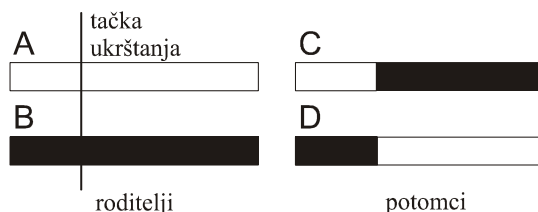
GA u svakoj iteraciji radi sa populacijom rješenja. Populaciju čini skup hromozoma koji u datom trenutku predstavljaju moguća rješenja problema. Da bi GA počeo sa radom tu populaciju je neophodno nekako formirati. Inicijalizacija je korak GA u kome se formira početna populacija. Hromozomi koji čine početnu populaciju se najčešće biraju slučajno ili po nekoj pseudo-slučajnoj osnovi, uz poštovanje odgovarajućih ograničenja u vrijednostima gena.

Ocjenjivačka funkcija (OF) predstavlja direktnu vezu između problema koji se nastoji riješiti i GA. Naime, na njoj je da da kvalitativnu ocjenu odgovarajućeg rješenja. Ova funkcija kao ulazni argument ima hromozom, a vraća broj ili listu brojeva koji predstavljaju mjeru performansi prosljeđenog hromozoma. Kako, u zavisnosti od različitih problema, opseg mogućih vrijednosti OF može značajno da varira, često se vrši skaliranje vrijednosti OF u neki fiksni opseg. Tehnike koje se bave ovim problemom se nazivaju tehnike skaliranja OF. Najznačajniji predstavnici ovih tehnika su: windowing i tehnika linearne normalizacije [17].

Cilj selekcije je izbor genetskog materijala za formiranje populacije u sljedećoj generaciji. Hromozomi izabrani u ovom koraku se nazivaju roditelji i na njih se u narednom koraku GA primjenjuju operatori mutacije i ukrštanja. Da bi GA napredovao ka rješenju problema, neophodno je obezbjediti raznovrsnost genetskog materijala. Stoga selekcijom ne treba uzeti samo najbolje jedinke iz populacije, jer u tom slučaju nema ni govora o raznovrsnosti. Selekcija bi trebala da svakom rješenju da mogućnost da bude izabran za

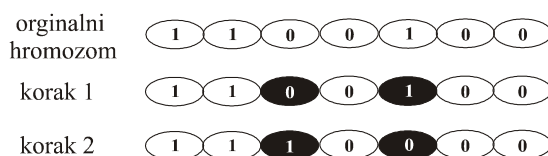
roditelja u narednoj generaciji, naravno, proporcionalno vrijednosti njegove OF. Postoji nekoliko tipova selekcije [19]: selekcija na bazi ruleta, selekcija na bazi takmičenja, stohastička selekcija, itd. Selekcija na bazi ruletnog točka je najčešće korišćena. Naime, ona simulira ruletni točak na taj način što svako polje na ovom točku predstavlja po jednu jedinku iz populacije. Polja su različite veličine, proporcionalna vrijednosti OF svakog hromozoma. Na taj način, ovaj tip selekcije daje mogućnost jedinkama sa većim skorom OF da prije budu izabrane, nego li one sa manjim.

Populacija naredne generacije se formira primjenom GA operatora na izabrane roditelje. Od GA operatora najznačajniji su operator ukrštanja i operator mutacije. Operatorom ukrštanja vrši se kombinovanje genetskog materijala dvije jedinke s ciljem formiranja dva nova hromozoma. Na Slici 1. dat je primjer ukrštanja sa jednom tačkom. Roditelji čiji se genetički materijal ukršta su obilježeni sa A i B, dok rezultat ukrštanja predstavljaju hromozomi C i D. Formiranje jedinki C i D se obavlja na sljedeći način: slučajno se bira tačka ukrštanja koja dijeli A i B na dva dijela. Jedinka C se formira od genetskog materijala A koji se nalazi lijevo od tačke ukrštanja i desnog dijela hromozoma B, dok se jedinka D formira obrnuto. Pored ukrštanja sa jednom tačkom postoji i ukrštanje sa više tačaka.



Slika 1 - Primjer ukrštanja sa jednom tačkom.

Mutacija je operator kojim se na slučajan način mijenja vrijednost gena u hromozomu. Sastoji se od dva koraka. U prvom koraku se slučajno biraju geni čija se vrijednost nastoji promijeniti, dok u drugom koraku se vrši zamjena vrijednosti gena, nekim takođe slučajnim vrijednostima. Primjer primjene operatora mutacije je prikazan na Slici 2.



Slika 2 - Primjer mutacije.

Kako se ne bi dogodilo da se u generacijama koje su prethodile finalnoj generaciji nalaze rješenja sa boljom vrijednošću OF nego u finalnoj generaciji, javlja se potreba da dio roditelja iz prethodne generacije bude sadržan i u narednoj generaciji. Broj jedinki iz prethodne generacije naziva se *elit count*.

Terminacija GA se može realizovati na više načina. Najpopularniji načini su definisanjem maksimalnog broja generacija i praćenjem vrijednosti OF. Ako se desi da se vrijednost OF najbolje jedinke u specificiranom broju generacija vrlo malo mijenja, to je znak da je GA konvergirao ka rješenju i da treba prekinuti iteracije.

U nekim situacijama se pokazala optimalnim organizacija jedinki u vidu više podgrupa. GA algoritam do rješavanja u tom slučaju dolazi primjenjujući opisane operatore na pojedinačne podgrupe. Razmijena genetskog sadržaja između podgrupa obavlja se pomoću migracije. Pod migracijom se podrazumijeva prelazak jedinke iz jedne u drugu grupu. Migracija između dvije grupe može biti u jednom, kada se jedinka iz jedne grupe kopira u drugu, ili u oba smjera, kada jedinka iz jedne grupe mijenja mjesto sa jedinkom iz druge grupe.

3. TEHNIKE ZA ESTIMACIJU PARAMETARA FM SIGNALA

3.1 MODEL SIGNALA

Posmatrajmo polinomijalno-fazni signal $x(n)$, P -tog reda, zahvaćen aditivnim bijelim Gaussovim šumom, srednje vrijednosti 0 i varijanse σ^2 :

$$y(n) = x(n) + v(n) = A \exp(j\phi(n)) + v(n) = A \exp\left(j \sum_{i=1}^P a_i n^i\right) + v(n), \quad (1)$$

$$n \in [-N/2, N/2],$$

gdje je A amplituda, $\phi(n)$ faza PPS-a i $a_i, i=0, 1, \dots, P$ koeficijenti polinoma faze. Cilj estimacione procedure je da se na osnovu signala $y(n)$ odrede A i a_i .

3.2 ML ESTIMATOR

ML tehnika je najtačnija estimaciona procedura i može se opisati sljedećim relacijama:

$$ML(b_1, b_2, \dots, b_P) = \left| \sum_{n=-N/2}^{N/2} y(n) \exp\left(-j \sum_{i=1}^P b_i n^i\right) \right|^2, \quad (2)$$

$$(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_P) = \arg \max_{(b_1, b_2, \dots, b_P)} ML(b_1, b_2, \dots, b_P). \quad (3)$$

Kada se koeficijenti a_1, a_2, \dots, a_P odrede, amplituda i koeficijent a_0 se mogu dobiti iz dechirpovanog signala $y_d(n) = y(n) \exp(-j \sum_{i=1}^P \hat{a}_i n^i)$:

$$\hat{A} = \frac{1}{N+1} \sum_{n=-N/2}^{N/2} |y_d(n)|,$$

$$\hat{a}_0 = \frac{j}{N+1} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \ln \frac{y_d(n)}{\hat{A}}.$$

Osnovni nedostatak ove estimacione tehnike je računska složenost čiji je red $O(P^2NM^P)$, gdje je M ukupan broj tačaka po jednoj osi pretrage. Ako pretpostavimo da je M reda stotina, jasno je da je upotreba ML procedure opravdana i moguća za $P \leq 3$, jer za veći red signala je nemoguće izvršiti pretragu u realnom vremenu. Kao alternativa ML estimatoru predložene su tehnike na bazi faznog diferenciranja.

3.3 AMBIGUITY FUNKCIJA VIŠEG REDA

Kako bi se smanjio red polinoma u fazi signala $y(n)$ predložen je PD operator:

$$\begin{aligned} PD_y^1[n; \tau_1] &= y(n + \tau_1) y^*(n + \tau_1), \\ PD_y^2[n; \tau_1, \tau_2] &= PD_y^1[n + \tau_2; \tau_1] \{PD_y^1[n - \tau_2; \tau_1]\}^*, \\ &\dots \\ PD_y^T[n; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_T] &= PD_y^{T-1}[n + \tau_T; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{T-1}] \\ &\quad \{PD_y^{T-1}[n - \tau_T; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{T-1}]\}^*. \end{aligned} \quad (4)$$

Parametri $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_T$ se nazivaju lag koeficijenti. Svaki korak u rekurziji ovog operatora umanjuje red polinoma faze za 1 i ukoliko je $T=P-1$ rezultatni signal, nakon primjene PD operatora, će biti PPS prvog reda, čiji je frekvencija proporcionalna koeficijentu a_p :

$$f = 2^{P-1} (P-1)! \left(\prod_{i=1}^{P-1} \tau_i \right) a_p, \quad (5)$$

odakle slijedi da se koeficijent a_p može odrediti 1D pretragom:

$$\hat{a}_p = \frac{\arg \max_f \left| \sum_{n=-N/2}^{N/2} PD_y^{P-1}[n; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{P-1}] \exp(-j2\pi fn) \right|^2}{2^{P-1} (P-1)! \left(\prod_{i=1}^{P-1} \tau_i \right)} \quad (6)$$

$$\frac{\arg \max_f \left| HAF_y^P[f; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{P-1}] \right|^2}{2^{P-1} (P-1)! \left(\prod_{i=1}^{P-1} \tau_i \right)}.$$

Ostali koeficijenti se mogu dobiti primjenom slične procedure nad dechirpovanim signalom $y_d(n) = y(n) \exp(-j\hat{a}_p n^P)$.

Za razliku od ML procedure, složenost HAF-a je $O(NPM)$, što omogućava njegovu primjenu na signale znatno većeg reda. Međutim, povećanje reda PD operatora za 1 proizvodi dodatne kros-članove koji pomjeraju SNR prag za 6dB [8]. Ovo, zajedno sa propagacijom greške od viših ka nižim koeficijentima faze, uzrokovane upotrebom dechirping procedure, znatno limitira tačnost HAF-a.

3.4 PRODUKTNA AMBIGUITY FUNKCIJA VIŠEGA REDA

Da bi se donekle smanjio uticaj kros-članova, prouzrokovanih PD operatorom, predložena je PHAF estimaciona procedura. Estimacija parametara pomoću ove procedure je bazirana na određivanju proizvoda više HAF-ova računatih za različite setove lag koeficijenata $\tau_1^l, \tau_2^l, \dots, \tau_{P-1}^l, l \in [1, L]$:

$$PHAF_y^P(f) = \prod_{i=1}^L HAF_y^P(F_p(\tau_i, \tau_i) f, \tau_1^l, \tau_2^l, \dots, \tau_{P-1}^l), \quad (7)$$

gdje je $F_p(\tau_l, \tau_l) = \prod_{i=1}^{P-1} \tau_i^l / \prod_{i=1}^{P-1} \tau_i^1$.

Zbog različitih lagova, svaki HAF u proizvodu će imati kros-članove na različitim pozicijama, dok će pozicija autočlanova biti ista. Proizvod tih HAF-ova će, stoga, smanjiti uticaj kros-članova, a izraziti autočlanove. Estimacija parametara se obavlja na isti način kao i kod HAF-a, s tom razlikom što se umjesto HAF funkcije koristi PHAF.

Ova modifikacija je doprinijela osjetno nižem SNR pragu u odnosu na HAF, uz neznatno povećanje složenosti ($O(NPML)$).

3.5 HO-WD I HO-CPF

HO-WD i HO-CPF su definisane respektivno:

$$HOWD(n, \boldsymbol{\omega}) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} y(n+m)y^*(n-m) \exp(-j \sum_{l=1}^L \omega_l m^{2l-1}), \quad (8)$$

$$HOCPF(n, \boldsymbol{\omega}) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} y(n+m)y(n-m) \exp(-j \sum_{l=1}^L \omega_l m^{2l}), \quad (9)$$

gdje je $L = \lceil P/2 \rceil$ i $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_L]$. U odsustvu šuma ove funkcije dostižu svoje maksimume u tačkama čije su koordinate proporcionalne neparnim,

$$\boldsymbol{\omega} = \left[2\phi^{(1)}(n), \frac{2\phi^{(3)}(n)}{3!}, \dots, \frac{2\phi^{(2L-1)}(n)}{(2L-1)!} \right],$$

odnosno parnim,

$$\boldsymbol{\omega} = \left[\phi^{(2)}(n), \frac{2\phi^{(4)}(n)}{4!}, \dots, \frac{2\phi^{(2L)}(n)}{(2L)!} \right],$$

izvodima faze signala $y(n)$. Stoga, pronalaskom tačke globalnog maksimuma HO-WD-a, odnosno HO-CPF-a, u dva različita vremenska trenutka, svi koeficijenti polinoma faze mogu biti estimirani.

Za razliku od HAF-a i PHAF-a, ove estimacione procedure ne koriste nijedno dechirpovanje i samo jednu autokorelaciju, što im daje znatno veću tačnost i niži SNR prag. Međutim, taj napredak u tačnosti je plaćen potrebom za $P/2$ dimenzionom pretragom. Složenost ovih procedura je reda $O(P^2NM^{P/2})$, što znači da je primjena ovih tehnika u realnim aplikacijama ograničena na PPS do 6-tog reda.

Na početku smo rekli da neke aplikacije zahtijevaju estimaciju parametara PPS-a reda većeg od 6. HAF i PHAF za signale tako velikog reda nisu u stanju odrediti koeficijente sa zadovoljavajućom tačnošću, tako da estimacija parametara PPS-a za $P \geq 6$ treba biti obavljena tehnikom koja zahtijeva višedimenzionu pretragu. Da bi smo HO-WD i HO-CPF adaptirali za estimaciju takvih signala, neophodno je smanjiti broj tačaka u kojima će se vršiti pretraga. Optimizaciju ćemo obaviti pomoću GA.

4. ESTIMACIJA 2-D PPS POMOCU 2D HO-WD I 2D HO-CPF

Generalno postoje dva modela 2D PPS signala, trougaoni i pravougaoni [22]. Međusobno se razlikuju po načinu reprezentacije faze. Kako pravougaoni model predstavlja opštiju definiciju, on će ovdje biti uzet u obzir. 2D PPS, $x(n,m)$, zahvaćen bjelim Gauss-ovim šumom, $v(n)$, se može opisati sljedećom relacijom:

$$y(n, m) = A \exp(j\phi(n, m)) + v(n, m) = A \exp\left(j \sum_{i=0}^{P_1} \sum_{j=0}^{P_2} a_{i,j} n^i m^j\right) + v(n, m), \quad (10)$$

$$n \in [-N_1/2, N_1/2], m \in [-N_2/2, N_2/2],$$

gdje su P_1 i P_2 redovi polinoma faze, a $a_{i,j}$ fazni koeficijenti.

Postoji mnogo tehnika za estimaciju parametara ovih signala i svaka od njih ima slične probleme, kao i tehnike za estimaciju 1D signala. Danas, najprihvaćeniji je Francos-Friedlander (FF) metod [22], [23]. Ovaj metod baziran je na upotrebi 2D verzije PD operatora i nije ništa drugo, nego HAF adaptiran za 2D signale. Kako je izveden iz HAF-a, FF metod je naslijedio sve njegove nedostatke koji se ogledaju u osjetljivosti tačnosti tehnike na povećanje reda PPS-a. Kao i kod HAF-a, tačnost FF metoda je uslovljena brojem upotrebljenih autokorelacija i dechirpovanja.

Već smo vidjeli da HO-WD i HO-CPF predstavljaju kompromis između tačnosti i računске složenosti. Stoga, ako bi smo definisali 2D verzije ovih funkcija, bili bi smo u stanju odrediti koeficijente faze PPS-a sa znatno većom tačnošću u odnosu na FF metod, a u isto vrijeme ove tehnike bi imale mnogo manju računsku kompleksnost u odnosu na ML estimator.

Imajući na umu da je razvoj člana $\phi(n + \tau, m + \tau) \pm \phi(n - \tau, m - \tau)$ u Taylor-ov red jednak

$$\phi(n + \tau, m + \tau) + \phi(n - \tau, m - \tau) = 2 \sum_{j=0}^T \frac{\tau^{2j}}{(2j)!} \sum_{k=0}^{2j} F_k^{2j}(n, m),$$

$$\phi(n + \tau, m + \tau) - \phi(n - \tau, m - \tau) = 2 \sum_{j=0}^T \frac{\tau^{2j+1}}{(2j+1)!} \sum_{k=0}^{2j+1} F_k^{2j+1}(n, m),$$

gdje je

$$T = \left\lceil \frac{\max(P_1, P_2)}{2} \right\rceil, F_l^s(n, m) = \frac{\partial^s \phi(n, m)}{(\partial n)^l (\partial m)^{s-l}},$$

2D HO-WD i 2D HO-CPF mogu biti definisani sljedećim relacijama:

$$HOWD2D(n, m, \boldsymbol{\omega}) = \sum_{\tau=-\min(N_1, N_2)/2}^{\min(N_1, N_2)/2} y(n + \tau, m + \tau) \times y^*(n - \tau, m - \tau) \exp \left\{ - \sum_{j=0}^T \frac{\tau^{2j+1}}{(2j+1)!} \sum_{k=0}^{2j+1} \omega_k^{2j+1} \right\}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
HOCPF2D(n, m, \boldsymbol{\omega}) = & \sum_{\tau=-\min(N_1, N_2)/2}^{\min(N_1, N_2)/2} y(n + \tau, m + \tau) \\
& \times y(n - \tau, m - \tau) \exp \left\{ - \sum_{j=0}^T \frac{\tau^{2j}}{(2j)!} \sum_{k=0}^{2j} \omega_k^{2j} \right\}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Funkcije (11) i (12) maksimume dostižu u tačkama čije su koordinate proporcionalne parcijalnim izvodima faze $\phi(n, m)$ sa neparnim i parnim brojem diferenciranja, respektivno. Odavde slijedi da se fazni koeficijenti mogu odrediti računanjem 2D HO-WD-a ili 2D HO-CPF-a u nekoliko vremenskih trenutaka.

Performanse ovako uvedenih estimatora su još uvijek u fazi istraživanja. Detaljna matematička analiza bi trebala da odredi njihove krajnje limite.

Na bazi gornjih modifikacija, u [13], definisana je 2D verzija kubične fazne funkcije (2DCPF), sposobna da estimira parametre 2D kubičnih PPS ($P_1 + P_2 = 3$):

$$\begin{aligned}
CPF2D(n, m; \Omega_n, \Omega_m, \Omega_{nm}) = & \sum_{\tau_n = -\min(N_1/2 - n - 1, N_1/2 + n)}^{\min(N_1/2 - n - 1, N_1/2 + n)} \sum_{\tau_m = -\min(N_2/2 - m - 1, N_2/2 + m)}^{\min(N_2/2 - m - 1, N_2/2 + m)} y(n + \tau_n, m + \tau_m) \\
& \times y(n - \tau_n, m - \tau_m) \exp(-j\Omega_n \tau_n^2 - j\Omega_m \tau_m^2 - 2j\Omega_{nm} \tau_n \tau_m) \Big|^2.
\end{aligned} \quad (13)$$

Kako je, u odsustvu šuma, maksimum ove funkcije pozicioniran u tački čije koordinate odgovaraju parcijalnim izvodima drugog reda faze $\phi(n, m)$:

$$\begin{aligned}
\Omega_n(n, m) &= 2a_{2,0} + 2a_{2,1}m + 6a_{3,0}n, \\
\Omega_m(n, m) &= 2a_{0,2} + 2a_{1,2}n + 6a_{0,3}m, \\
\Omega_{nm}(n, m) &= 2a_{2,1}n + 2a_{1,2}m + a_{1,1},
\end{aligned} \quad (14)$$

estimacija koeficijenata $a_{i,j}$ može biti obavljena evaluacijom 2DCPF-a u tri različita vremenska trenutka.

Sprovedena asimptotska analiza u [13] pokazala je značajne prednosti 2DCPF-a u odnosu na FF metod, koje se ogledaju u manjoj srednjoj kvadratnoj grešci i nižem SNR pragu.

5. PRIMJENA GENETIČKOG ALGORITMA U ESTIMACIJI PARAMETARA PPS-A

Praktična primjena ML, HO-WD i HO-CPF estimacionih procedura je, zbog potrebe za višedimenzionom pretragom, ograničena na PPS do trećeg (ML), odnosno šestog (HO-WD i HO-CPF) reda. Da bi pomenute procedure mogle biti iskorišćene za estimaciju PPS-a višega reda, neophodno je izvršiti optimizaciju njihovih pretraga. Kako prisustvo šuma utiče na pojavu ogromog broja lokalnih maksimuma u optimizacionim funkcijama, gradijentne tehnike nisu u stanju da izvrše pomenuti posao. Za razliku od njih, GA, zbog svoje stohastičke prirode, u stanju je da prevaziđe problem konvergencije ka lokalnom maksimumu. Rezultati primjena GA u drugim oblastima nauke na rješavanju sličnih problema dali su nam osnovni motiv da u optimizaciji naših funkcija koristimo GA.

5.1 POSTAVKE GA

Kao što se može vidjeti u Sekciji 2, GA ima veliki broj parametara koje treba podesiti. Od izbora tih parametara zavisi i efikasnost samog algoritma. Stoga, pravilan izbor parametara je od važnosti. Sprovedenjem velikog broja eksperimenata sa signalima različitog oblika faze, došli smo do postavke GA koja je u stanju da na vrlo efikasan način estimira parametre PPS-a. Opis postavki slijedi u nastavku: Maksimalan broj generacija je 300. Hromozomi, organizovani u 5 podgrupa od po 30 jedinki, kodirani su pomoću vektora realnih brojeva dvostruke preciznosti. Inicijalna populacija je kreirana slučajno pomoću uniformne distribucije. Vrijednosti gena u inicijalnoj populaciji kreću se u intervalu $[0,50]$. Za OF korišćene su funkcije (2), (8) i (9). Roditelji za formiranje naredne generacije birani su na osnovu selekcije pomoću ruletnog točka. Iz svake podgrupe, minimum dva roditelja su članovi naredne generacije. Ukrštanje je obavljeno heurističkim operatorom ukrštanja sa odnosom 1.2, dok je mutacija izvršena pomoću Gauss-ove distribucije. Podešeno je da varijansa mutacije linearno opada od 0.8 do 0, kako se broj generacija povećava. Migracija između podgrupa vršena je nakon svakih 20 generacija u oba smjera. 20% jedinki je migriralo iz jedne u drugu podgrupu. Ukoliko ne bi bilo promjene u vrijednosti OF u 20 generacija, GA bi završio sa iteracijama.

Slučajno formirane inicijalne populacije, oblik OF i multidimenziona pretraga u nekim situacijama mogu da dovedu do divergencije GA. Eksperimenti su pokazali da za PPS 5-tog reda, vjerovatnoća divergencije iznosi 1%; stoga divergencija na neki način mora biti detektovana i ako se desi, algoritam ponovo može biti pokrenut. Jedan od mogućih načina za detekciju divergencije GA je poređenje vrijednosti OF u finalnoj iteraciji, F , sa matematičkim očekivanjem odgovarajuće tehnike, ME , računatim u tački stvarnog maksimuma. Ukoliko je $F > \varepsilon ME$, algoritam konvergira; u suprotnom, desila se divergencija (ε je konstanta manja od 1).

Matematička očekivanja funkcija (2), (8) i (9), računata u tački stvarnog maksimuma data su u nastavku:

$$\begin{aligned}
ME_{ML} &= E\{ML(a_1, a_2, \dots, a_P)\} \approx A^2 N^2 + N\sigma^2, \\
ME_{HOWD} &= E\{HOWD(n, \boldsymbol{\omega}_{tacna})\} \approx A^2 N + \sigma^2, \\
ME_{HOCPF} &= E\{|HOCPF(n, \boldsymbol{\omega}_{tacna})|^2\} \approx A^4 N^2 + 2\sigma^2 N(2A^2 + \sigma^2).
\end{aligned} \tag{15}$$

Da bi odredili ove izraze, neophodno je prethodno estimirati amplitudu i varijansu signala. Njihova estimacija može biti obavljena pomoću tehnike predložene u radu [21].

Sprovođenjem analize kompleksnosti predložene metode, može se doći do zaključka da predložena metoda za 4D i višedimenzionalne pretrage ima mnogo manju računsku složenost u odnosu na direktnu pretragu. Za 3-D pretragu i maksimalni broj ponovnog pokretanja GA $r=20$, složenost ML-a, HO-WD-a i HO-CPF-a sa GA je istog reda kao i složenost istih metoda sa direktnom pretragom. 1D i 2D pretrage ne opravdavaju upotrebu GA.

5.2 NUMERIČKI PRIMJERI

5.2.1 1D signal

Ovdje ćemo ispitati ponašanja ML, HO-WD i HO-CPF estimatora sa GA. Kako je direktna pretraga bolje rješenje za 1D i 2D prostor pretrage, u obzir će biti uzeti signali čija estimacija parametara zahtijeva pretrage većih dimenzija.

Testiranje je obavljeno na sljedećem modelu signala:

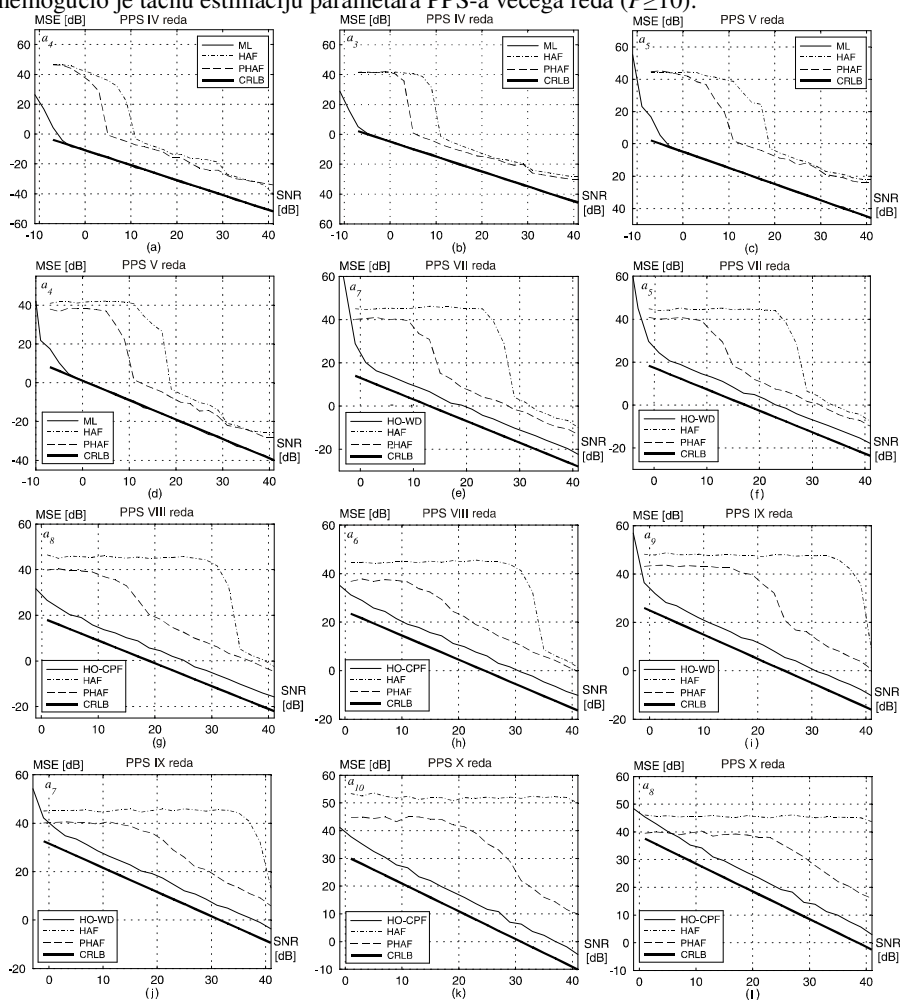
$$y_P(t) = \exp\left(j \sum_{i=1}^P \mathbf{G}(i)t^i\right) + v(t), \quad P = 3, \dots, 12,$$

gdje je $\mathbf{G}(i)$ i -ti element vektora $\mathbf{G}=[7.5, 10.5, 12, 6, 2, 2.5, 3, 4, 5.5, 6.5, 2, 10.5]$. Ukupan broj odbiraka je $N=257$ i t je u intervalu $[-1,1]$. Maksimalan broj ponavljanja GA algoritma je $r=20$ i $\varepsilon=0.7$. Estimacija ovih 10 PPS signala obavljena je sa ML, HO-WD i HO-CPF sa GA. Dobijeni rezultati su upoređeni sa rezultatima HAF-a and PHAF-a. Ukupan broj iteracija Monte Carlo simulacije je 200. Slika 3. prikazuje srednje kvadratne greške koeficijenata a_P, a_{P-1} i a_{P-2} .

Na Slikama 3a-d prikazane su srednje kvadratne greške (MSE) koeficijenata dobijenih ML estimacijom procedurom za $P=4$ i $P=5$; MSE koeficijenata a_P su predstavljeni na Slikama 3a i 3c, dok koeficijenata a_{P-1} na Slikama 1b i 1d. SNR prag ML-a je na oko -5dB, dok je HAF-a na SNR=11dB za $P=4$ i SNR=19dB za $P=5$. PHAF tehnika može biti upotrebljena za estimaciju parametara PPS kada je SNR>5dB za $P=4$ i SNR>11dB za $P=5$. Primjetimo da se MSE ML-a približava CRLB-u iznad SNR praga. Peti red PPS-a je bio i najveći red za koji je predloženi algoritam bio u stanju da izvrši estimaciju.

MSE a_P i a_{P-2} estimiranih pomoću HO-WD sa GA za $P=7$ i $P=9$ su prikazane na Slikama 3e (koeficijent a_7), 3f (koeficijent a_5), 3i (koeficijent a_9) i 3j (koeficijent a_7). Dobijeni

rezultati pokazuju da je SNR prag ML tehnike na oko -1dB što nadmašuje HAF-a i PHAF-a za više od 13dB. U dijelu gdje tehnika daje dobre rezultate (iznad praga), vrijednosti MSE-a su za oko 5dB lošije u odnosu na CRLB. Ogroman broj lokalnih maksimuma HO-WD-a onemogućio je tačnu estimaciju parametara PPS-a većega reda ($P \geq 10$).



Slika 3 - Srednje kvadratne greške koeficijenata a_p , a_{p-1} i a_{p-2} estimiranih pomoću ML-GA-a, HO-WD-GA-a, HO-CPF-GA-a, HAF-a i PHAF-a.

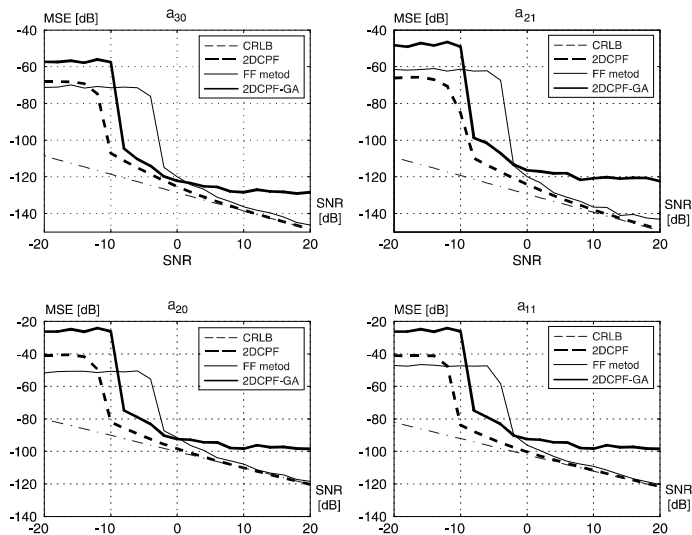
I na kraju, Slike 3g, 3h, 3k i 3i prikazuju rezultate ostvarene pomoću HO-CPF-a za $P=8$ i $P=10$. Još jednom, predložena tehnika je nadmašila HAF i PHAF. MSE HO-CPF-a je za

oko 6dB veća u odnosu na CRLB i $P=10$ je bio najveći red signala na koji smo mogli primijeniti GA.

5.2.2 2D signal

Ovdje ćemo, na konkretnom numeričkom primjeru, izvršiti poređenje rezultata dobijenih 2DCPF-om i FF metodom. Kako potreba za pretragom po 3D prostoru značajno ograničava primjenu tehnike opisane relacijom (13), pored direktne pretrage, posmatračemo i realizaciju 2DCPF-a uz pomoć GA (2DCPF-GA). Cilj nam je vidjeti i kako implementacija GA utiče na tačnost 2DCPF-a.

U testiranju je korišćen 2D kubični PPS sa sljedećim parametrima: $A=1$, $a_{0,0}=1$, $a_{1,0}=4.5 \cdot 10^{-1}$, $a_{0,1}=8.2 \cdot 10^{-2}$, $a_{2,0}=-1.5 \cdot 10^{-3}$, $a_{1,1}=6 \cdot 10^{-3}$, $a_{0,2}=-2.2 \cdot 10^{-3}$, $a_{3,0}=1.7 \cdot 10^{-5}$, $a_{2,1}=4 \cdot 10^{-5}$, $a_{1,2}=3.73 \cdot 10^{-5}$ i $a_{0,3}=-1.35 \cdot 10^{-5}$. Ukupan broj odbiraka signala je $N_1 \times N_2 = 100 \times 100$. Direktna pretraga je obavljena po 2D (FF metod) i 3D (2DCPF) prostoru dimenzija 512×512 i $512 \times 512 \times 512$, respektivno. Radi dobijanja tačnijih rezultata, dodatna interpolacija sa faktorom 100 je korišćena. Kako je tačnost estimiranih koeficijenata kod FF metode uslovljena vrijednostima lagova, njihov izbor je izvršen prateći uputstva iz rada [22]. Optimizacija pretrage kod 2DCPF-GA-a je obavljena pomoću GA postavke čiji opis slijedi u nastavku: Problem je reprezentovan preko hromozoma kodiranih pomoću 14-bitnih nizova. Hromozomi su organizovani u 10 podgrupa od po 10 jedinki. Formiranje inicijalne populacije je slučajno. Oko 80% jedinki iz prethodne je sadržano u narednoj generaciji. Operator mutacije se primjenjuje na oko 10% jedinki u svakoj generaciji. Ukupan broj generacija je 150. Migracija između podgrupa se dešava nakon svakih 5 iteracija GA, pri čemu oko 20% jedinki se razmjenjuje između dvije podgrupe. Za detekciju divergencije korišćen je algoritam opisan u prethodnoj podsekciji. Na Slici 4. prikazane su MSE karakterističnih koeficijenata estimiranih pomoću 2DCPF-a, 2DCPF-GA-a i FF metode. MSE su dobijene pomoću Monte Carlo simulacije sa 200 iteracija.



Slika 4 - Srednje kvadratne greške koeficijenata $a_{3,0}$, $a_{2,1}$, $a_{2,0}$ i $a_{1,1}$ estimiranih pomoću 2DCPF-a, 2DCPF-GA-a i FF metode.

Sa Slike 4. se može primjetiti da 2DCPF značajno nadmašuje FF metod. 2DCPF ima za oko 7dB niži SNR prag u odnosu na FF. Pored toga, MSE koeficijenata dobijenih pomoću 2DCPF-a su manje u odnosu na one određene FF metodom na cijelom SNR intervalu. Za razliku od 2DCPF-a, 2DCPF-GA, za veće vrijednosti SNR-a, ima veće MSE u odnosu na FF metod. Bias u vrijednostima MSE-a 2DCPF-GA-a je posljedica malog broja generacija, diskretizacije signala, itd. Međutim, SNR prag 2DCPF-GA-a je za oko 5dB niži u odnosu na FF metod, što opravdava njegovo korišćenje u estimaciji parametara 2DPPS-a. Zanimljivo je još naglasiti da za $\text{SNR} > 0\text{dB}$ ne dolazi do pojave divergencije GA. Najveći broj ponovnog pokretanja GA je za $\text{SNR} = -8\text{dB}$, gdje se potrebno u prosjeku 3.2 puta ponovo pokretati GA.

6. ZAKLJUČAK

U radu smo predložili postavku GA koja je u stanju da izvrši optimizaciju pretrage u ML, HO-WD i HO-CPF estimacionim procedurama. Sa predloženim algoritmom za detekciju divergencije, GA je u stanju da se izbori sa velikim brojem lokalnih maksimuma u optimizacionoj funkciji. Implementacija GA na strani pretrage uspjela je da podigne granice praktične primjene ML estimatora na PPS do petog reda, dok HO-WD i HO-CPF su sada u stanju da izvrše estimaciju PPS-a do 10-tog reda u realnom vremenu. Deseti red PPS-a je danas nama najveći poznati red signala koji se upotrebljava u nekim aplikacijama. U narednim istraživanjima trebalo bi matematičkim putem odrediti zavisnost konvergencije GA od broja lokalnih maksimuma u OF.

Takođe je predložena i modifikacija HO-WD-a i HO-CPF-a za 2D signale. U budućim istraživanjima trebalo bi izvršiti statističku analizu predloženih estimatora.

LITERATURA

- [1] B. Boashash, *Time frequency signal analysis and processing : a comprehensive reference*. Boston: Elsevier, 2003.
- [2] B. Porat, *Digital processing of random signals: Theory and methods*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [3] S. Peleg and B. Friedlander, "The discrete polynomial phase transform," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 43, no. 8, pp. 1901-1914, August 1995.
- [4] D. C. Reid, A. M. Zoubir and B. Boashash, "Aircraft flight parameter estimation based on passive acoustic techniques using the polynomial Wigner-Ville distribution," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 102, no. 1, pp. 207-223, July, 1997.
- [5] S. Peleg and B. Porat, "Linear FM signal parameter estimation from discrete-time observations," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 27, no. 4, pp. 607-614, July 1991.
- [6] S. Barbarossa and V. Petrone, "Analysis of polynomial-phase signals by the integrated generalized ambiguity function," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 45, no. 2, pp. 316-327, February 1997.
- [7] S. Barbarossa, A. Scaglione and G. B. Giannakis, "Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 46, no. 3, pp. 691-708, March 1998.
- [8] B. Porat and B. Friedlander, "Asymptotic statistical analysis of the high-order ambiguity function for parameter estimation of polynomial-phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 3, pp. 995-1001, May 1996.
- [9] P. O'Shea, "A new technique for instantaneous frequency rate estimation," *IEEE Sig. Proc. Let.*, vol. 9, no. 8, pp. 252-252, August 2002.
- [10] P. O'Shea, "A fast algorithm for estimating the parameters of a quadratic FM signal," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 52, no. 2, pp. 385-393, February 2004.
- [11] P. Wang, I. Djurović and J. Yang, "Generalized high-order phase function for parameter estimation of polynomial phase signal," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 56, no. 7, pp. 3023-3028, July 2008.
- [12] P. Wang, I. Djurović, and J. Yang, "Modifications of the cubic phase function," *Chin. Jour. of Electr.*, vol.17, no.1, pp. 189-194, January 2008.
- [13] I. Djurović, P. Wang and C. Ioana, "Parameter estimation of 2-D cubic phase signal using cubic phase function with genetic algorithm," *Sig. Proc.*, vol. 90, no. 9, pp. 2698-2707, September 2010.
- [14] P. Wang, H. Li, I. Djurović and B. Himed, "Instantaneous frequency rate estimation for high-order polynomial-phase signals," *IEEE Sig. Proc. Let.*, vol. 16, no. 9, pp. 282-285, September 2009.
- [15] L.J. Stanković, "Local polynomial Wigner distribution," *IEEE Sig. Proc.*, vol. 59, no. 1, pp. 123-128, May 1997.
- [16] C. Ioana and A. Quinquis, "Time-frequency analysis using warped-based high-order phase modeling," *EURASIP Jurnal on Adv. Sign. Proc.*, vol. 2005, pp. 2856-2873, 2005.
- [17] K. S. Tang, K. F. Man, S. Kwong and Q. He, "Genetic algorithms and their applications," *IEEE Sig. Proc. Mag.*, vol. 13, no. 6, pp. 22-37, November 1996.

- [18] A. B. Gershman, M. Pesavento and M. G. Amin, "Estimating parameters of multiple wideband polynomial-phase sources in sensor arrays," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 49, no. 12, pp. 2924-2934, December 2001.
- [19] <http://www.rennard.org/alife/english/gavintrgb.html>, *posl. put pristupljeno 29.6.2010.*
- [20] <http://www.mathworks.com/products/global-optimization/index.html>, *posl. put pristupljeno 29.6.2010.*
- [21] S.-C. Sekhar, T.V. Creenivas, "Signal to noise ratio estimation using higher order moments," *Sig. Proc.*, vol. 86, pp. 716-732, 2006.
- [22] J. M. Francos and B. Friedlander, "Two-dimensional polynomial phase signals: parameter estimation and bounds," *Mult. Syst. and Sig. Proc.*, vol. 9, no. 2, pp. 173-203, April 1998.
- [23] B. Friedlander and J. M. Francos, "An estimation algorithm for 2-D polynomial phase signals," *IEEE Trans. Imag. Proc.*, vol. 5, no. 6, pp. 1084-1087, June 1996.